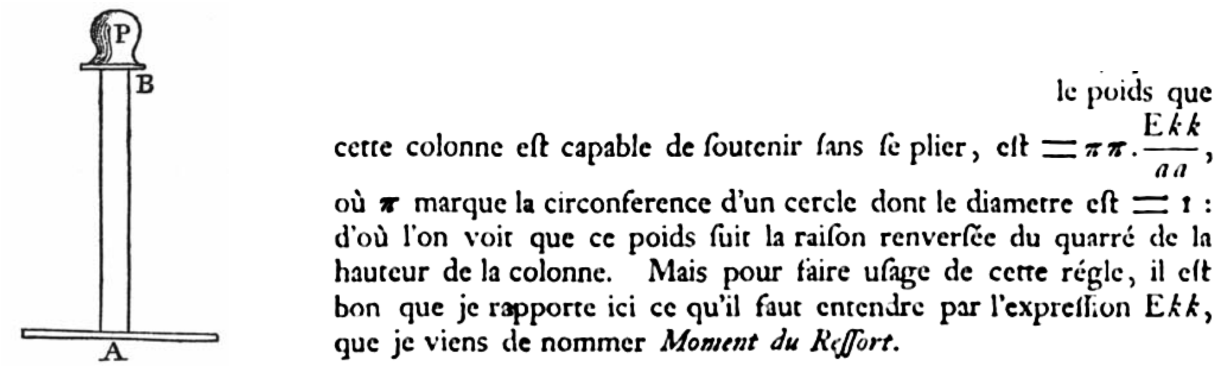
E22 Die Eulersche Knickformel

Ein Nebenprodukt einer grossen Untersuchung: Euler befasste sich über längere Zeit mit dem Problem der elastischen Kurven. Die Vorarbeiten von Jakob Bernoulli (1654 – 1704), die elastische Kurve zu bestimmen, dienten als Ausgangspunkt für seine Arbeiten. Euler verwendete das von seinem Zeitgenossen Daniel Bernoulli (1700 – 1782) formulierte Extremalprinzip, um die Differentialgleichung der elastischen Kurve zu gewinnen.

Nach diesem Extremalprinzip nimmt die Potentialkraft, das ist die im deformierten Stab gespeicherte Energie, ein Extremum an, im vorliegend Falle ein Minimum.



le poids que cette colonne eſt capable de ſoutenir ſans ſe plier, eſt $= \pi\pi . \frac{Ekk}{aa}$, où π marque la circonference d'un cercle dont le diametre eſt $= 1$: d'où l'on voit que ce poids ſuit la raiſon renverſée du quarré de la hauteur de la colonne. Mais pour faire uſage de cette régle, il eſt bon que je rapporte ici ce qu'il faut entendre par l'expreſſion Ekk, que je viens de nommer *Moment du Reſſort*.

Eulers erste Zeichnung zum Problem der Stabknickung.
AB bezeichnet den Stab, P das Gewicht, das auf den Stab wirkt.

Euler fand die folgende einfache Formel für die Knicklast eines an den Enden gelenkig gelagerten Stabes

$$P_{kritisch} = \pi^2 \frac{EI}{l^2} \, .$$

Die Knicklast $P_{kritisch}$ hängt nur von drei wesentlichen Grössen ab:

- E Elastizitätsmodul des Stabmaterials
- I Flächenträgheitsmoment (Form des Querschnitts)
- l Länge

Das Flächenträgheitsmoment kann für einen kreisrunden Stab mit dem Durchmesser D berechnet werden

$$I = \frac{\pi D^4}{64} \, .$$

Das Flächenträgheitsmoment, und damit die Knicklast, nimmt mit dem Durchmesser in der vierten Potenz stark zu.