

Vom Wichteln und vertauschten Briefen

Wichteln - ein winterlicher Brauch: In der Vorweihnachtszeit legen die Kinder einer Schulklasse Zettelchen, die ihre Namen tragen, in eine Urne. Anschliessend zieht jedes blindlings ein Zettelchen und macht jenem, dessen Name darauf steht, am Weihnachtstag ein kleines Geschenk. Nicht selten kommt es vor, dass der eigene Name gezogen wird. Naheliegender also die Frage nach der Wahrscheinlichkeit, dass dies, wie erwünscht, nicht eintritt.

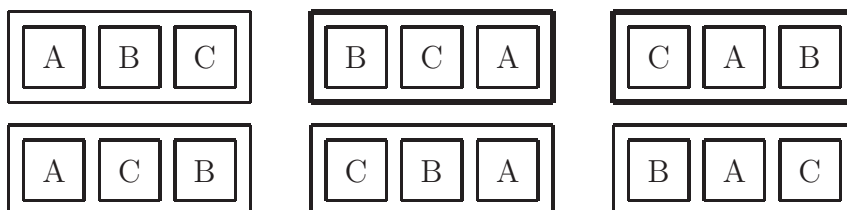


Winter
Jos de Momper (1564 - 1635)

Bei Euler erscheint dieses Problem im Zusammenhang mit vertauschten Briefen.

Unbesehen werden n Briefe in n vorbereitete Umschläge gesteckt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass kein Brief im richtigen Umschlage steckt?

Ein erster Schritt: Bei zwei Briefen ist die Sache leicht zu überblicken. Es gibt nur zwei Fälle, entweder stecken beide Briefe im richtigen Umschlag oder beide im falschen. Für die Wahrscheinlichkeit w_2 , dass kein Brief im richtigen Umschlag steckt, gilt somit $w_2 = \frac{1}{2}$. Bei



drei Briefen gibt es insgesamt $3! = 6$ Möglichkeiten, diese in die Umschläge zu stecken. In 2 Fällen, mit fester Umrandung markiert, befindet sich kein Brief im richtigen Umschlag. Mit einer von Euler stammenden Bezeichnung schreiben wir $\Pi(3) = 2$ und erhalten damit $w_3 = \frac{\Pi(3)}{3!} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Bereits bei 5 Briefen gibt es $5! = 120$ Möglichkeiten, diese den Umschlägen zuzuordnen und $\Pi(6) = 44$ durch systematisches Aufzählen zu ermitteln, ist aufwendig. Bereits bei 10 Briefen ist ein Erfolg mit dieser hemdsärmeligen Methode unvorstellbar.