C11

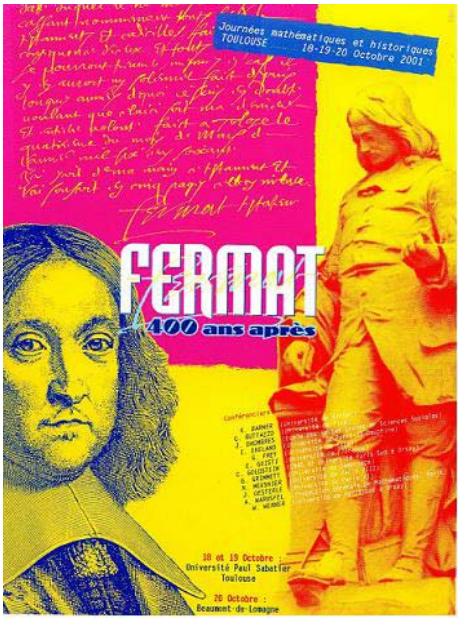
Fermats letzter Satz

Eine einfache Frage: Gibt es rechtwinklige Dreiecke mit ganzzahligen Seitenlängen? Hat die Gleichung

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Lösungen in den natürlichen Zahlen? Ein Zahlentripel, das die Gleichung erfüllt, nennt man pythagoreisches Tripel, zum Beispiel (3|4|5). Bereits Euklid (365 - 300) zeigte, dass es unendlich viele von diesen Tripeln gibt. Die grosse Leidenschaft des französischen Mathematikers Pierre de Fermat (1601 - 1665) war die Zahlentheorie. In seinen Mussestunden - hauptberuflich arbeitete er als Richter - sann er darüber nach, wie sich die Lösungsmengen verändern, wenn man in der pythagoreischen Gleichung den Exponenten verändert.

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= z^3 \\ x^4 + y^4 &= z^4 \end{aligned}$$



P. de Fermat
Konferenzaffiche: Universität Toulouse

Ein Mythos wird geboren: Trotz grösster Anstrengung konnte Fermat keine der Gleichungen $x^n + y^n = z^n$ mit $n \geq 3$ lösen und gelangte zur Überzeugung, dass positive ganzzahlige Lösungen nicht existieren. Geheimtuerisch notierte er in seiner Ausgabe der *Arithmetica* des Mathematikers Diophantos:

> *Es ist unmöglich, einen Kubus in zwei Kuben, ein Biquadrat in zwei Biquadrate oder allgemein eine Potenz grösser als die zweite in zwei ebensolche Potenzen zu zerlegen. Ich habe hierfür einen wahrhaft wunderbaren Beweis gefunden, doch ist dieser Rand hier zu schmal, um ihn zu fassen.*

Fermat nahm die Beweisidee, sofern es sie wirklich gab, mit ins Grab. Immerhin, für den Fall $n = 4$ hatte er einen Beweis gefunden und diesen auch dokumentiert. Fermats Vermutung hatte zusammen mit der sibyllinischen Behauptung, er kenne den Beweis, den Ehrgeiz der Mathematiker gewaltig angestachelt. Der Fortschritt liess jedoch lange auf sich warten. Erst nachdem Euler den Fermatschen Beweis für den Fall $n = 4$ genau analysiert hatte, gelang ihm dessen Übertragung auf den Fall $n = 3$. Der allgemeine Beweis gelang aber auch ihm nicht und Euler war schlau genug, sich wieder einfacheren Problemen zuzuwenden.