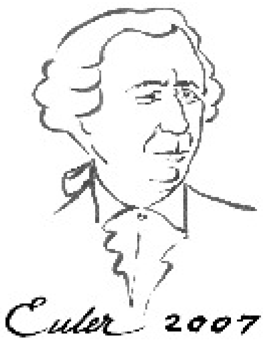

... et qu'est-ce qu'Euler en dit?

Une petite anthologie de citations,
assemblées pour l'exposition spéciale

"Vivre les mathématiques"

au Musée d'Histoire Naturelle de Bâle
(juin-septembre 2007)

Sélection et traduction:
Martin Mattmüller
Siegfried Bodenmann
Euler-Archiv Basel

La valeur cognitive des mathématiques “supérieures”

Aujourd’hui, presque plus personne ne doute de l’utilité des mathématiques, puisque leur connaissance est essentielle au traitement de divers sujets et à la pratique de nombreux métiers nécessaires pour la vie quotidienne. Pourtant on fait souvent uniquement l’éloge des parties inférieures et pour ainsi dire élémentaires de cette science, et beaucoup pensent que la partie qu’on appelle “les mathématiques supérieures” est dépourvue de tout usage. Pour ceux qui pensent ainsi, les mathématiques supérieures semblent pareilles à une toile d’araignée : trop fine pour être utilisable dans la pratique. Mais puisque les mathématiques, dans leur ensemble, s’occupent de la recherche de quantités inconnues, qu’elles développent à cette fin des méthodes et, pour ainsi dire, des voies qui mènent à la vérité, et qu’elles découvrent même les vérités les plus cachées à la lumière du jour, elles aiguisent ainsi la force de notre intelligence et élargissent nos connaissances : c’est là deux buts qui méritent vraiment tous les efforts. L’objection selon laquelle les mathématiques supérieures s’avancent trop profondément dans l’exploration de la vérité contribue plutôt à honorer qu’à critiquer cette science puisque toute vérité n’est pas seulement louable en elle-même mais aussi utile par les liens étroits qui lient toutes les vérités entre elles – même si l’on n’en perçoit pas tout de suite l’utilité.

Quanquam nunc quidem summa matheseos utilitas a nemine in dubium vocari solet, propterea quod variae disciplinae et artes in vita communi necessariae sine eius cognitione tractari nequeunt, haec tamen laus a plerisque inferioribus tantum istius scientiae partibus et tanquam elementis ita propria esse putatur, ut eam partem, quae ob excellentiam sublimior vocari solet, omni usu atque utilitate carere arbitrentur. His scilicet, qui ita sentiunt, mathesis sublimior telae araneae similis videtur, quae ob nimiam subtilitatem omni utilitate destituatur. Cum autem universa mathesis in investigatione quantitatum incognitarum versetur atque in hunc finem vel methodos et quasi vias ad veritatem ducentes patefaciat, vel ipsas veritates maxime reconditas eruat atque in lucem protrahat, quorum altero vis ingenii acuitur, altero cognitio nostra amplificatur: in neutro certe nimium operae collocari potest. Cum enim veritas non solum ipsa per se sit laudabilis, sed etiam ob summum nexum, quo cunctae veritates inter se cohaerent, utilitate vacare nequeat, etiamsi non statim usus perspiciatur, obiectio illa, qua mathesis sublimior nimis profunde in investigatione veritatis penetrare arguitur, in laudationem potius quam vituperium scientiae vertitur.

E 790
Commentatio de Matheseos sublimioris utilitate
(écrit vers 1741 pour Frédéric II de Prusse)
Journal für die reine und angewandte Mathematik 35 (1847)
Opera III 2, p. 392

La merveille de la création

Maintenant je me vois en état d’expliquer à Votre Altesse de quelle maniere se fait la vision dans les yeux des hommes & de tous les animaux, ce qui est sans doute la chose la plus merveilleuse à laquelle l’esprit humain ait pu pénetrer. Quoiqu’il s’en faille beaucoup que nous la connoissions parfaitement, cependant ce peu que nous en savons, est plus que suffisant pour nous convaincre de la Toute-Puissance et de l’infinie sagesse du Créateur ... Que ces esprits forts, qui rejettent tout ce qu’ils ne peuvent comprendre par leurs esprits bornés, devroient être confondus par cette réflexion !

[Ce passage suit l’explication détaillée de la structure de l’œil humain que le vieux savant, alors presqu’entièrement aveugle, présente à sa jeune élève.]

E 343
Lettres à une Princesse d’Allemagne, Lettre XLI
St-Pétersbourg 1768
Opera III 11, p. 94

Comment déterminer le lieu où l’on se trouve

En effet si un homme après un long voyage arrive à un endroit, soit sur terre, soit sur mer, rien ne sauroit être plus intéressant pour lui, que d’apprendre en quel lieu de la terre il se trouve alors ; s’il est proche de quelque pays connu, ou non ? & quel chemin il faut prendre pour y arriver ? Le seul moyen de tirer cet homme de son embarras sera sans doute de lui découvrir la latitude & la longitude du lieu où il se trouve : mais de quel moyen doit-il se servir pour parvenir à cette découverte ?

[Dans ce qui suit, Euler propose six méthodes pour la détermination du lieu où l’on se trouve. Il tranche en faveur des méthodes fondées sur l’observation des astres, en particulier de la lune, puisque selon lui ni la mesure du temps en mer ni la détermination de l’inclinaison magnétique ne sont assez développées sur le plan technique.]

E 417
Lettres à une princesse d’Allemagne, Lettre CLX
St-Pétersbourg 1772
Opera III 12, p. 73

Le rôle des modèles dans les sciences naturelles

Bien qu’il ne nous soit nullement concédé de pénétrer dans les mystères intimes de la nature et de discerner ainsi les vraies causes des phénomènes, il arrive parfois qu’une hypothèse que nous nous sommes forgée suffise pour expliquer plusieurs phénomènes aussi bien que si nous en avions deviné la vraie cause. Ainsi, par exemple, presque tous les mouvements célestes sont de nos jours calculés avec un succès remarquable à partir de l’hypothèse de l’attraction universelle – bien qu’il faille absolument proscrire cette hypothèse elle-même de la Physique. De même, l’on pourrait éventuellement imaginer une hypothèse qui suffise à expliquer tous les phénomènes qui se produisent dans l’air et dans l’atmosphère. ... J’avais donc conçu la nature de l’air comme étant composé d’un nombre immense de petites bulles ou sphères, chacune entourée d’une pellicule très mince d’eau ; à l’intérieur de ces bulles la matière de l’air proprement dit tournerait en rond d’un mouvement très rapide qui engendre l’élasticité de l’air par sa force centrifuge.

[Dans ce qui suit, Euler déduit les rapports entre densité, pression, température et humidité dans l’atmosphère à partir de cette conception ; c’est une des premières approches qui vise à expliquer des effets macroscopiques par un modèle microscopique.]

Quanquam nobis in intima naturae mysteria penetrare, indeque veras caussas Phaenomenorum agnoscere neutiquam est concessum: tamen evenire potest, ut hypothesis quaedam ficta pluribus phaenomenis explicandis aeque satisfaciat, ac si vera caussa nobis esset perspecta, quemadmodum felicissimo successu omnes fere motus coelestes ex hypothesi attractionis universalis determinari solent, etiamsi haec ipsa hypothesis ex Physica prorsus sit profliganda. Quam ob rem fortasse simili modo quaepiam hypothesis excogitari poterit, quae omnibus Phaenomenis aëris et atmosphaerae explicandis sufficiat. ... Naturam aëris autem ita animo conceperam, quasi ex innumerabilibus minimis bullulis seu sphaerulis esset compositus, quae singulae cuticula tenuissima aquosa circumdarentur, intra quas propria aëris materia motu rapidissimo in gyrum circumagatur, in cuius vi centrifuga elasticitas aëris produci erat visa.

E 527
Coniectura circa naturam aëris, pro explicandis phaenomenis in atmosphaera observatis
Acta Academiae Scientiarum Petropolitanae 1779/I (1782)
Opera II 31, p. 307-308

Des mathématiques sans quantité et sans calcul

Outre cette partie de la géométrie qui s’occupe des grandeurs et qui a toujours été développée avec beaucoup de zèle, il y a une autre partie qui est encore largement inconnue : c’est Leibniz qui l’a mentionnée le premier et lui a conféré le nom de “géométrie de position” [*geometria situs*]. Il dit que cette partie ne s’occupe que de la détermination de la position et de ses propriétés et que pour cela il ne faut ni considérer les grandeurs ni utiliser des calculs de quantités. Cependant Leibniz n’énonce pas clairement le genre de problèmes appartenant à cette géométrie de position ou la méthode qui permette leur résolution. C’est pourquoi, quand j’ai récemment entendu parler d’un certain problème qui semblait appartenir à la géométrie, mais qui était tel qu’il n’exigeait aucune détermination de grandeurs et n’admettait pas de solution par le calcul de quantités, je ne doutais pas que celui-ci se réfère à la géométrie de position, et ceci d’autant plus que dans sa solution il n’y avait que la position qui intervenait et que nul calcul n’y figurait. Je me suis donc proposé d’expliquer ici, en échantillon de cette géométrie de position, la méthode que j’ai trouvée pour résoudre de tels problèmes.

[Le problème qui suit – celui des ponts de Königsberg – et la solution donnée par Euler sont aujourd’hui considérés comme l’origine de la théorie des graphes, une branche importante de ce que l’on appelle actuellement la topologie.]

Praeter illam geometriae partem, quae circa quantitates versatur et omni tempore summo studio est exculta, alterius partis etiamnum admodum ignotae primus mentionem fecit Leibnitzius, quam Geometriam situs vocavit. Ista pars ab ipso in solo situ determinando situsque proprietatibus eruendis occupata esse statuitur; in quo negotio neque ad quantitates respiciendum neque calculo quantitatum utendum sit. Cuiusmodi autem problemata ad hanc situs geometriam pertineant et quali methodo in iis resolvendis uti oporteat, non satis est definitum. Quamobrem, cum nuper problematis cuiusdam mentio esset facta, quod quidem ad geometriam pertinere videbatur, at ita erat comparatum, ut neque determinationem quantitatum requireret neque solutionem calculi quantitatum ope admitteret, id ad geometriam situs referre haud dubitavi, praesertim quod in eius solutione solus situs in considerationem veniat, calculus vero nullius prorsus sit usus. Methodum ergo meam, quam ad huius generis problemata solvenda inveni, tanquam specimen Geometriae situs hic exponere constitui.

E 53
Solutio problematis ad Geometriam Situs pertinentis
Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae 8, 1736 (1741)
Opera I 7, p. 1

Plaisir et compréhension – en musique par exemple

C’est une question aussi importante que curieuse, pourquoi une belle musique excite en nous le sentiment du plaisir ? Les savans sont bien partagés là-dessus. Il y en a qui prétendent, que c’est une pure bizarrerie, & que le plaisir que cause la musique, n’est fondé sur aucune raison, vu que la même musique peut être goutée par quelques uns, & déplaire à d’autres. ... D’autres disent que le plaisir qu’on sent en entendant une belle musique, consiste dans la perception de l'ordre qui y regne. ... Qui entend une musique, & qui comprend, par le jugement de ses oreilles, toutes les proportions sur lesquelles tant l’harmonie que la mesure est fondée, il est certain qu’il a la plus parfaite connoissance de cette musique qui soit possible ; pendant qu’un autre qui n’apperçoit ces proportions qu’en partie, ou point du tout, n’y comprend rien, ou en a une connoissance imparfaite. ... On dit donc que le plaisir demande une connoissance qui ne soit pas trop facile, mais qui exige quelque peine ; il faut pour ainsi dire, que cette connoissance nous coute quelque chose.

E 343
Lettres à une princesse d’Allemagne, Lettre VIII
St-Pétersbourg 1768
Opera III 11, p. 22-23

Théorie et expérience

Je clos ici mes réflexions, parce qu’à mon avis, j’ai suffisamment examiné le sujet défini dans la question et résolu le problème posé. Je n’ai pas cru nécessaire de confirmer ma théorie par des expériences, puisqu’elle est entièrement déduite des principes les plus certains et irrécusables de la mécanique ; on ne pourra donc point mettre en doute sa véracité et son applicabilité dans la pratique.

[Euler est remarquablement sûr de lui pour un suisse qui n’a pas encore vingt ans et n’a jamais vu un navire de haute mer !]

Hic tandem hisce meis meditationibus finem impono, cum uti videtur materiam in problemate propositam satis perpenderim, problematique satisfecerim. Haud opus esse existimavi istam meam theoriam experientia confirmare, cum integra & ex certissimis & irrepugnabilibus principiis Mechanicis deducta, atque adeo de illa dubitari, an vera sit ac an in praxi locum habere queat, minime possit.

E 4
Meditationes de Problemate Nautico de Implantatione Malorum
Prix Paris II (1727)
Opera II 20, p. 35

Comprendre la nature par des principes mathématiques

Voilà bien longtemps que tous les meilleurs mathématiciens ont reconnu que la méthode enseignée dans ce livre n’est pas seulement très utile dans l’analyse elle-même, mais qu’elle contribue aussi grandement à résoudre des problèmes de physique. Car rien ne se passe jamais dans ce monde sans qu’apparaisse quelque rapport de maximum ou minimum, puisque la structure du monde entier a été si parfaitement accomplie par son Créateur omniscient. Par conséquent, il est hors de doute que tous les effets dans le monde puissent tout aussi bien être déduits de leurs causes finales par la méthode des maxima et minima qu’à partir des causes efficientes elles-mêmes. ... Ainsi la courbure d’une corde ou d’une chaîne suspendue a été déterminée par deux voies différentes : d’abord, *a priori*, à partir des impulsions de la gravité, puis encore par la méthode des maxima et minima, parce qu’on avait compris que la corde doit prendre la courbure pour laquelle son centre de gravité se situe à la position la plus basse. De même, la courbure des rayons de lumière qui traversent un milieu transparent de densité variable a été calculée aussi bien *a priori* qu’à partir du principe selon lequel ces rayons doivent parvenir à un point donné dans le temps le plus court.

Iam pridem summi quique Geometrae agnoverunt Methodi in hoc Libro traditae non solum maximum esse usum in ipsa Analysi, sed etiam eam ad resolutionem Problematum physicorum amplissimum subsidium afferre. Cum enim Mundi universi fabrica sit perfectissima atque a Creatore sapientissimo absoluta, nihil omnino in mundo contingit, in quo non maximi minimive ratio quaepiam eluceat; quamobrem dubium prorsus est nullum, quin omnes Mundi effectus ex causis finalibus ope Methodi maximorum et minimorum aeque feliciter determinari queant, atque ex ipsis causis efficientibus. ... Hoc modo curvatura funis seu catenae suspensae duplici via est eruta, altera a priori ex sollicitationibus gravitatis, altera vero per Methodum maximorum ac minimorum, quoniam funis eiusmodi curvaturam recipere debere intelligebatur, cuius centrum gravitatis infimum obtineret locum. Similiter curvatura radiorum per medium diaphanum variae densitatis transeuntium tam a priori est determinata, quam etiam ex hoc principio, quod tempore brevissimo ad datum locum pervenire debeant.

E 65
Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes ..., Additamentum I
Lausannae et Genevae 1744
Opera I 24, p. 231

Les maquettes et leur réalisation : une expérience de pensée

La question suivante a été soulevée récemment par le projet de construction d’un pont durable sur la Neva. Il y avait plusieurs personnes qui tentaient d’entreprendre cette œuvre et construisaient des maquettes pour que le pont lui-même puisse être bâti de manière semblable ; et la majorité d’entre eux pensaient que le pont aurait une résistance suffisante si seulement la maquette était faite avec un certain degré de solidité. C’est-à-dire qu’ils considéraient que si la maquette était à même de supporter une charge semblable à celle que le pont lui-même devrait porter, alors la construction réalisée en proportion de la maquette aurait sans doute assez de résistance. Mais il est évident que cette conclusion est fausse si l’on considère déjà qu’un tel pont ne peut certainement pas être étendu à une longueur arbitrairement grande – disons d’une ou plusieurs lieues – sans s’effondrer sous son propre poids, quelque solide que la maquette ait été. Il est donc clair par ce seul raisonnement que la résistance du pont ne peut nullement être définie à partir de celle de la maquette en appliquant le principe de similitude.

Orta est nuper haec quaestio occasione pontis perennis trans fluvium Nevam construendi. Cum enim plures hoc opus aggredi fuissent conati, atque in hunc finem modulos confecerint, ad quorum similitudinem ipse pons exstrui posset, plerique sunt arbitrati, pontem satis firmitatis esse habiturum, si modo modulus certo firmitatis gradu fuisset praeditus. Putarunt scilicet, si modo modulus simile onus gestare valeret, quale ipse pons sustinere debeat, tum nullum esse dubium, quin ipse pons secundum similitudinem moduli exstructus satis roboris esset habiturus. Hanc autem conclusionem esse fallacem, exinde satis est manifestum, quod talis pons certe non ad quantumvis magnam distantiam, veluti unius pluriumve milliarium extendi queat, quin proprio pondere corruat, quantumvis etiam roboris modulus habuisse videatur. Ex quo perspicuum est, firmitatem pontis neutiquam ex firmitate moduli secundum principium similitudinis definiri posse.

E 480
Regula facilis pro diiudicanda firmitate pontis ...
Novi Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae 20 (1775)
Opera II 17, p. 220

Les règles de calcul et leur justification

L’étude des techniques de calcul sans en entendre les raisonnements ne suffit ni à résoudre tous les cas possibles ni à aiguiser l’intelligence, ce qui devrait être le but principal. C’est pourquoi nous nous sommes efforcés dans ce manuel d’indiquer et d’expliquer les raisons de toutes les règles et opérations, de sorte que même des gens qui ne sont pas encore exercés dans des études approfondies puissent les comprendre. ... Ce procédé aura l’avantage, nous l’espérons, que la jeunesse développe non seulement une adresse convenable dans le calcul mais qu’elle ait toujours la vraie raison de toute opération devant les yeux et qu’ainsi elle soit habituée peu à peu à des réflexions solides. ... Car tout homme comprend et retient mieux ce dont il voit distinctement la raison et l’origine, et sait aussi bien mieux l’appliquer à tous les cas qui peuvent surgir.

Da nun die Erlernung der Rechenkunst ohne einigen Grund weder hinreichend ist, alle vorkommenden Fälle aufzulösen, noch den Verstand schärfet, als dahin die Absicht insonderheit gehen sollte: so hat man sich bemühet, in gegenwärtiger Anleitung von allen Regeln und Operationen den Grund so vorzutragen und zu erklären, dass denselben auch solche Leute, welche in gründlichen Abhandlungen noch nicht geübet sind, einsehen und verstehen ... Durch diese Einrichtung verhofft man also diesen Vortheil zu erlangen, dass die Jugend ausser der gehörigen Fertigkeit im Rechnen den wahren Grund von einer jeglichen Operation immer vor Augen habe, und dadurch zu gründlichem Nachdenken nach und nach angewöhnet werde. ... Dann ein jeglicher Mensch begreift und behält dasjenige im Gedächtnis viel leichter, wovon er den Grund und Ursprung deutlich einsieht, und weiss sich auch dasselbe bei allen vorkommenden Fällen weit besser zu Nutz zu machen.

E 17
Einleitung zur Rechen-Kunst zum Gebrauch des Gymnasii, St. Petersburg 1738
Opera III 2, p. 3-4

Représenter la Terre sur les cartes

Il fallait donc penser à une autre sorte de projection, dans laquelle tous les méridiens seraient représentés par des lignes droites, tous les degrés de latitude obtiendraient la même grandeur et tous les parallèles coupent les méridiens à angles droits. Mais alors il serait tout à fait impossible que les degrés des parallèles gardent partout le juste rapport avec les degrés des méridiens – c'est-à-dire le rapport que l'on observe sur la surface sphérique. Il a donc paru raisonnable de dévier un peu de ce rapport plutôt que de renoncer aux avantages mentionnés. Une question très importante s'est donc posée : Comment faut-il combiner les méridiens et les parallèles de manière à s'écarter le moins possible, sur toute l'étendue de la carte, du vrai rapport que les degrés de longitude et de latitude ont entre eux sur la sphère ? Une petite erreur dans ce rapport est facilement acceptable si l'on obtient en contrepartie les avantages qu'on vient d'expliquer.

De alia igitur proiectionis ratione erat cogitandum, quae primo omnes Meridianos per lineas rectas exhiberet, in quibus etiam omnes gradus latitudinis eandem quantitatem obtinerent; tum vero, ut omnes Paralleli Meridianos ad angulos rectos traiicerent. Quoniam vero hoc modo neutiquam fieri potest, ut ubique gradus Parallelorum ad gradus Meridianorum iustam teneant rationem, quae scilicet in superficie sphaerica deprehenditur, consultum visum est ab ista ratione potius aliquantillum aberrare, quam memoratis commodis renunciare. Hinc igitur sequens quaestio maximi momenti est nata: quomodo Meridiani cum Parallelis constitui debeant, ut a vera ratione, quam gradus longitudinis et latitudinis in Sphaera inter se tenent, per totam mappae extensionem quam minime aberretur? ita scilicet, ut errores vix percipi possent, quandoquidem talis aberratio facile condonari poterit, si modo memorata commoda obtineantur.

E 492
De Proiectione Geographica Delisliana in Mappa Generali Imperii Russici usitata
Acta Academiae Scientiarum Petropolitanae 1777/I (1778)
Opera I 28, p. 289

L’observation dans les mathématiques pures

Parmi la multitude de propriétés remarquables des nombres qui ont été découvertes et démontrées jusqu’ici, la plupart ont sans doute d’abord été observées dans des exemples numériques avant que les inventeurs aient pensé à les démontrer. Ainsi il a sûrement d’abord été noté par accident que chacun des nombres premiers égaux à un multiple de 4 plus 1 – c’est-à-dire chaque élément de la suite 5, 13, 17, 29, 37, 41, etc. – peut être découpé en deux nombres carrés, et la vérité de cette observation n’a été établie par une démonstration solide que longtemps après. ... Nous apprenons par là que dans l’investigation de la nature des nombres il faut toujours croire en la vertu de l’observation et de l’induction à qui nous devons la découverte de toutes ces propriétés très élégantes. Il est donc important de continuer aujourd’hui encore sur le même chemin.

Inter tot insignes numerorum proprietates, quae adhuc sunt inventae ac demonstratae, nullum est dubium, quin pleraeque primum ab inventoribus tantum sunt observatae et in multiplici numerorum tractatione animadversae, antequam de iis demonstrandis cogitaverint. Ita de eo numerorum primorum ordine, qui unitate superant multiplum quaternarii, cuiusmodi sunt 5, 13, 17, 29, 37, 41 etc., ante sine dubio est observatum eorum singulos in duo quadrata secari posse, quam in eo elaboratum, ut huius observationis veritas per solidam demonstrationem evinceretur. ... Ex quibus merito colligimus in numerorum indole scrutanda observationi et inductioni, cui omnes has elegantissimas proprietates acceptas referre debemus, plurimum esse tribuendum ideoque ne nunc quidem ab hoc negotio ulterius prosequendo esse desistendum.

E 256
Specimen de usu observationum in Mathesi pura
Novi Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae 6, 1756/57 (1761)
Opera I 2, p. 460-461

Le "dernier théorème" de Fermat

On trouve chez Fermat un autre théorème très beau dont il dit avoir trouvé la démonstration : il déclare en effet, en parlant du problème de Diophante où il s'agit de trouver deux carrés dont la somme est un carré, qu'il est impossible de trouver deux cubes dont la somme soit un cube, ou deux bicarrés [nombres à la puissance quatre] dont la somme soit un bicarré, et il affirme plus généralement que l'équation $a^n + b^n = c^n$ est toujours impossible [c'est-à-dire qu'elle n'admet pas de solution en nombres entiers] si $n > 2$. J'ai trouvé, il est vrai, des démonstrations que $a^3 + b^3 \neq c^3$ et $a^4 + b^4 \neq c^4$, où $\neq$ dénote une équation impossible ; mais les démonstrations de ces deux cas sont si différentes l'une de l'autre que je ne vois pas de possibilité d'en dériver une démonstration générale de l'assertion $a^n + b^n \neq c^n$ pour tout $n > 2$. On voit plutôt clairement, il est vrai, que la formule doit être "d'autant plus impossible" que n est plus grand ; mais je n'ai pas même su encore démontrer que la somme de deux nombres à la puissance cinq ne peut pas être un nombre à la puissance cinq. Selon toute apparence, on ne découvrira cette preuve que par une intuition heureuse et aussi longtemps que personne ne tombe sur celle-ci, toute réflexion restera probablement vaine.

Bey *Fermat* findet sich noch ein sehr schönes *Theorema*, dessen *Demonstration* er sagt gefunden zu haben: Nehmlich bey Anlaß der *Diophantaeischen* Aufgabe zwey *Quadrata* zu finden deren *summ* ein *Quadrat* ist, sagt er daß es unmöglich sey zwey *cubos* zu finden deren *summ* ein *cubus* sey, und zwey *Biquadrata*, deren *summ* ein *Biquadratum*, und *generaliter* daß diese *Formul* $a^n + b^n = c^n$ allzeit unmöglich sey, wann $n > 2$. Ich habe nun wohl *Demonstrationen* gefunden daß $a^3 + b^3 \neq c^3$ und $a^4 + b^4 \neq c^4$, wo $\neq$ unmöglich gleich bedeutet; aber die *Demonstrationen* für diese zwey *casus* sind so von einander unterschieden, daß ich keine Möglichkeit sehe daraus eine allgemeine *Demonstration* für $a^n + b^n \neq c^n$ *si* $n > 2$ herzuleiten. Doch sieht man *quasi per transennam* ziemlich deutlich daß je grösser n ist, je unmöglicher die Formul seyn müsse; inzwischen habe ich noch nicht einmal beweisen können, daß *summa duarum potestatum quintarum* keine *potestas quinta* seyn könne. Dieser Beweiß beruhet allem Ansehen nach nur auf einem glücklichen Einfall, und so lang man nicht darauf verfällt, möchte wohl alles Nachsinnen vergebens seyn.

R 883
Leonhard Euler à Christian Goldbach, 4.8.1753
à paraître dans Opera IVA4